

فصل چهارم

آنالیز ابعادی

* با استفاده از آنالیز ابعادی می توانیم تفاوت بین جریان های کوانتوم سیال را بهتر درک کنیم و این مطالعات

می تواند مبنای بررسی تجربی پدیده های سیالاتی نیز باشد.

* خرید پدیده سیالاتی می تواند به متغیرهای مختلف وابسته باشد که با استفاده از روش آنالیز ابعادی می توان

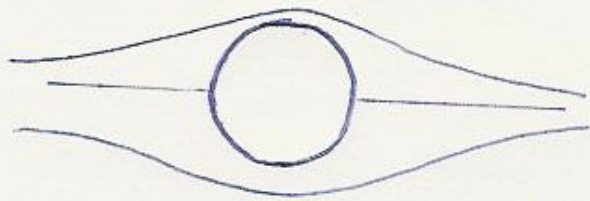
پدیده مورد نظر را به صورت رابطه ای بین چند گروه بدون بعد که تعدادشان کمتر از متغیرهای تحت فرمول بندی کردن

مرتبت آن کاهش تعداد آزمایش های لازم برای تعیین رابطه بین متغیرهای در یک محدوده معین می باشد.

مثال: نیروی درگ F دارد شده به یک کره صغیر به قطر D که با سرعت کم v در یک سیال لزج در حال حرکت است

علاوه بر دو متغیر نامبرده به حجم مخصوص ρ و لزجت سیال μ وابسته می باشد بنابراین نیروی درگ F را می توان به صورت

تابعی نامعلوم از این متغیرها بیان کرد.

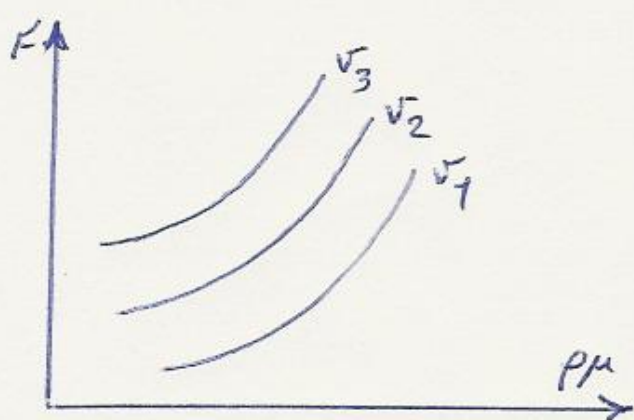


$$F = f(D, v, \rho, \mu)$$

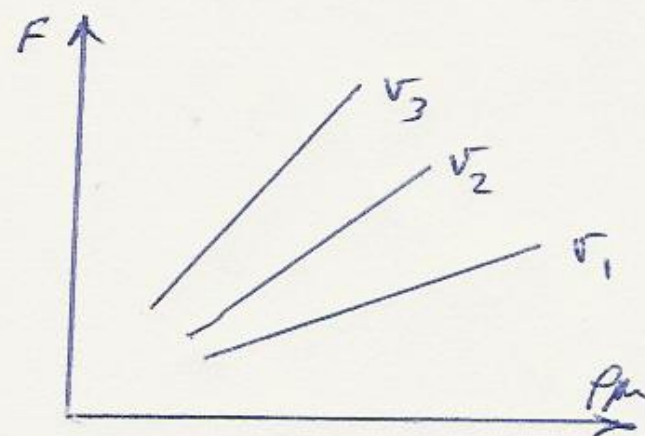
* تعیین تابع نامعلوم فوق از طریق آزمایش مستلزم صرف مقدار زیادی کار (هزینه - زمان) می باشد چون در جو بار

کمتر از کیفیت های داخل پراکنده می توان تغییر داده و همچنین ترتیب تعداد بسیار زیادی نمودار وجود خواهد آمد همچنین در

چنین روشی از مقدار زیادی گروه و سیالات کوانتوم با لزجت کم و حجم مخصوص های مختلف باید استفاده کرد.



تغییر $\frac{\rho v^2 D}{\mu}$

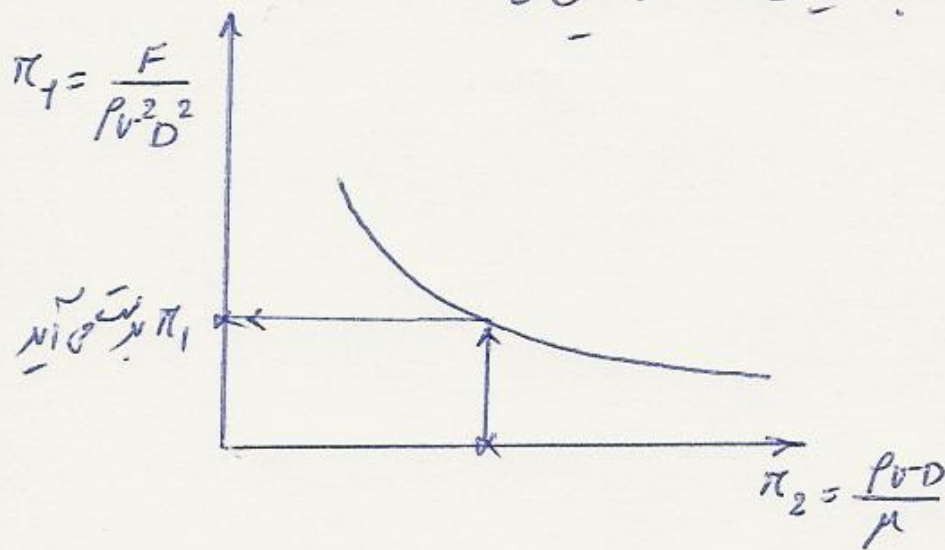


* با استفاده از روش آنالیز ابعادی این پدیده را می توان با یک رابطه بین تنها دو گروه بی بعد فرمول بندی کرد حرکت از این گروه که π_1 نامیده می شوند

$$\frac{F}{\rho v^2 D^2} = g\left(\frac{\rho v D}{\mu}\right)$$

$$\pi_1 = g(\pi_2)$$

* تابع g نیز نامعلوم است اما با انجام آزمایش تنها یک منحنی رابطه میان π_1 که را معین می کنند

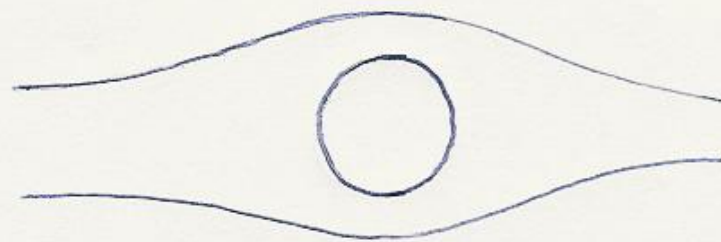
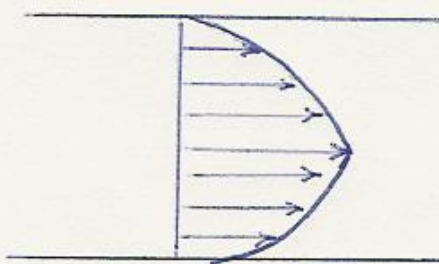


جریان لایح در مجرای

دسته بندی جریان سیالات از دیدگاه هندسی

۱- جریان داخلی: جریانی است که توسط مرزهای جامد احاطه شده است

۲- جریان خارجی: جریانی است که حول یک جسم جامد جریان دارد.

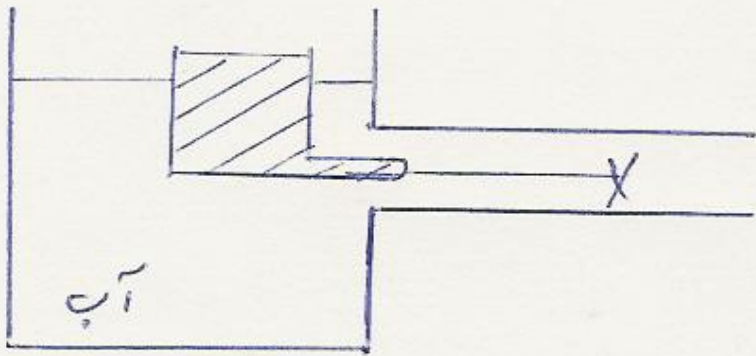


* رژیم های مختلف جریان

۱- آرام: در این رژیم جریان هموار و پایدار می باشد. این نوع جریان در آرام یا به ای گفته می شود

۲- آشفتگی: که در این رژیم جریان دچار نوسان و آشفتگی می شود. این نوع جریان را جریان آشفتگی یا درهم می نامند.

آزمایش رینولدز:



* در آزمایش رینولدز همان طور که در شکل نشان داده

شده است آب در یک لوله شیشه ای جریان یافته سرعت آن

از طریق شیر خود تنظیم می شود

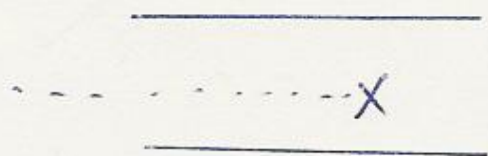
* در دهانه ورودی لوله یک مان رزنی که چگالی اش با چگالی آب برابر است به داخل لوله تزریق می شود

* وقتی شیر را فقط کمی باز می کنیم ماده رزنی در طول لوله شیشه ای بدون انحراف و به صورت یک رشته مستقیم جریان

می یابد این رفتار که دارای طبیعت منظم می باشد را جریان آرام می نامند

* با باز کردن بیشتر شیر، نوسانات نامنظم در جریان پدید آمده و توسعه می یابد به طوری که رشته مان رزنی قبل از

این که مسافت زیادی را در لوله بپیماید به طور کلی پراکنده و محو می شود این جریان نامنظم را جریان آشفتنه یا درهم می نامیم.



* آرام یا آشفتنه بودن جریان به سرعت جریان، ابعاد هندسی، حجم مخصوص و لزجت سیال وابسته است.

* برای بیان آرام یا آشفتنه بودن جریان از یک عدد بدون بعد که به افتقار رینولدز، عدد رینولدز نامیده

می شود استفاده می گردد. کلیه پارامترهای موثر در آرام یا آشفتنه بودن جریان در عدد رینولدز مستتر است

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu}$$

ρ → لزجت سیال
 u → سرعت متوسط جریان
 D → برای جریان داخلی قطر جوی

* در عدد کمی رینولدز با این جریان سیال آرام می باشد و برعکس در عدد کمی رینولدز بالا جریان سیال

آشفتنه خواهد شد.

* با توجه به عدد رینولدز!

- با افزایش حجم مخصوص عدد رینولدز افزایش یافته جریان به سمت آشفتگی پیش می‌رود

- با افزایش سرعت جریان عدد رینولدز افزایش یافته جریان به سمت آشفتگی پیش می‌رود

- با افزایش ابعاد عدد رینولدز افزایش یافته جریان به سمت آشفتگی پیش می‌رود

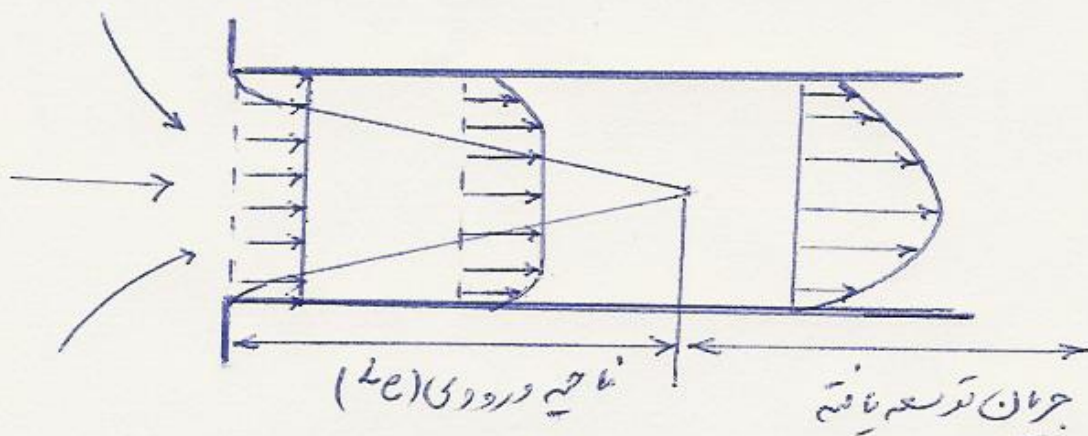
- با افزایش لزجت عدد رینولدز کاهش یافته جریان به سمت آرام پیش می‌رود

* برای تعیین عدد رینولدز از مقادیر متوسط μ ، ρ ، λ استفاده می‌شود.

به طور معمول عدد رینولدز بحرانی در جریان‌های داخلی به منظور تغییر رژیم جریان آرام به آشفتگی معادل 2300

$$Re_{cr} = 2300$$

در نظر گرفته می‌شود



* اثرات لزجت در یک جریان داخلی که به وسیلهٔ لوله محصور شده است، اثر کرده پس از آنکه در طول جریان

نفوذ می‌کند در همین راستا، لایه مرزی لایه مرزی در پائین است جریان باعث عقب افتادن جریان محوری

(ν, α) در ناحیه لایه مرزی در نتیجه شباهت گرفتن جریان در قسمت مرکزی می‌شود

* طولی از لوله که جریان تا توسعه یافته کامل می‌گردد طول ورودی نامیده می‌شود.

* ناحیهٔ ورودی تا جایی از عدد رینولدز بزرگ برای جریان‌های آرام و آشفتگی به شکل زیر بدست می‌آید.

$$\frac{Le}{d} \leq 0.06 Re$$

(جریان آرام)

$$\frac{Le}{d} \leq 4.4 Re^{1/6}$$

(آشفتگی)

مثال: یک لوله آب با قطر $\frac{1}{2}$ in و طول 60 ft آب 20°C را با دبی 5 gal/min

انتقال می دهد چه کسری از این لوله باید به عنوان ناحیه ورودی در نظر گرفته شود؟

ابتدا واحد دبی را تبدیل می کنیم

$$Q = (5 \text{ gal/min}) \frac{0.00223 \text{ ft}^3/\text{s}}{1 \text{ gal/min}} = 0.0111 \text{ ft}^3/\text{s}$$

سرعت متوسط

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0.0111 \text{ ft}^3/\text{s}}{\pi/4 (1/2)^2} = 8.17 \text{ ft/s}$$

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad \nu = \frac{\mu}{\rho} \Rightarrow Re = \frac{v D}{\nu}$$

برای آب در 20°C $\nu = 1.09 \times 10^{-5} \text{ ft}^2/\text{s}$

$$\Rightarrow Re = \frac{v D}{\nu} = \frac{(8.17)(0.5/12)}{1.09 \times 10^{-5}} = 31300 \quad Re > 2300$$

جرایم آشفتگی باشد \rightarrow

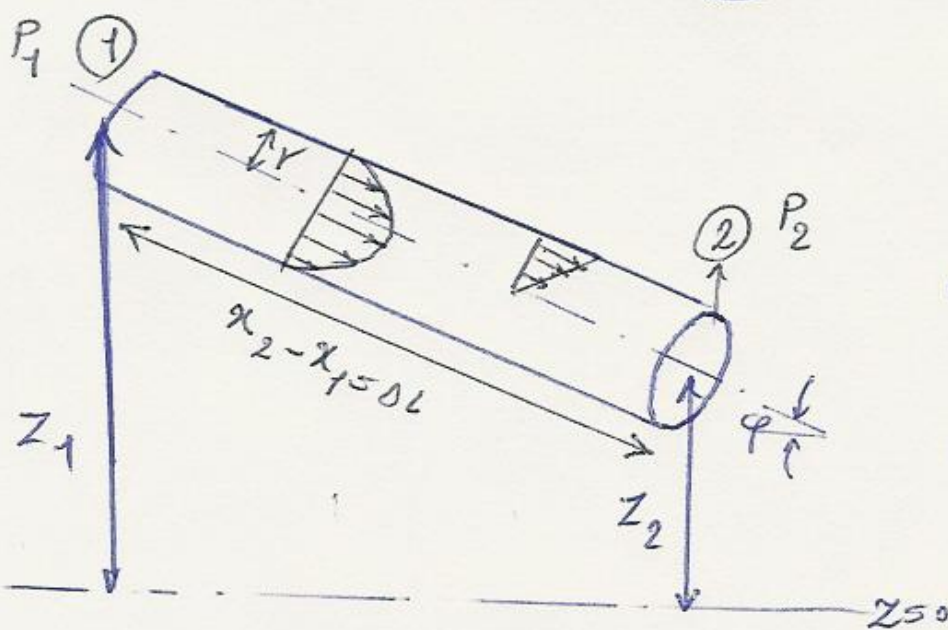
$$\frac{L_e}{d} \approx 4.4 (31300)^{1/6} \approx 25$$

$$\Rightarrow L_e = 25d = 1.04 \text{ ft} \quad \frac{L_e}{L} = \frac{1.04}{60} = 1.7\%$$

* همان طور که از عدد بزرگ آمده مشخص است این در حد چنان کم است که جریان در همه ای توان به طور کامل

توسعه یافته فرض کرده و این مسئله در بسیاری از مسائل مهندسی صادق می باشد.

جریان در لوله دایره ای:



* می توان یک تحلیل حجم کنترل برای جریان بین مقطع 1 و 2

در نظر گرفت در تمام قسمت معادله انرژی برای

حجم کنترل در نظر گرفته شده به شکل زیر می باشد

$$\dot{Q} - \dot{w}_p - \dot{w}_v = \dot{m}_2 \left(h_2 + \frac{v_2^2}{2} + g z_2 \right) - \dot{m}_1 \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2} + g z_1 \right)$$

* با توجه به این که جریان تراکم ناپذیر و پایدار می باشد

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \xrightarrow{P_1 = P_2} Q_1 = Q_2$$

$$\Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2 \xrightarrow{A_1 = A_2} v_1 = v_2$$

* با تقسیم طرفین معادله بر \dot{m} و با در نظر گرفتن $v_1 = v_2$ خواهیم داشت:

$$Q - W_p - W_v = (h_2 + gz_2) - (h_1 + gz_1)$$

* با توجه به اینکه انتقال حرارت و کار محوری در سیستم برابر صفر است:

$$-W_v = (h_2 + gz_2) - (h_1 + gz_1) \quad h = u + P/\rho$$

$$\Rightarrow -W_v = (u_2 + P_2/\rho_2 + gz_2) - (u_1 + P_1/\rho_1 + gz_1)$$

* چون تغییر دما بین نقطه های ۱ و ۲ وجود ندارد

$$u_1 = u_2 \Rightarrow W_v = \left(\frac{P_1}{\rho_1} + gz_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\rho_2} + gz_2 \right) = \Delta \left(-\frac{P}{\rho} + gz \right)$$

$$\frac{W_v}{g} = \Delta \left(z + \frac{P}{\rho g} \right) = \Delta z + \frac{\Delta P}{\rho g} = \Delta HGL$$

* طرفین رابطه اخیر را بر ρ تقسیم می کنیم

* با توجه به رابطه بدست آمده در اینجا می بینیم $\frac{W_v}{g}$ معادل دریا شیون طول است بنابراین $\frac{W_v}{g}$ را به عنوان افت

$$h_f = \Delta z + \frac{\Delta P}{\rho g}$$

هدا اصطکاک در نظر گرفته h_f نشان می دهیم.

* حال برای حجم کنترل در نظر گرفته شده، معادله بقای اندازه حرکت نوشته می شود

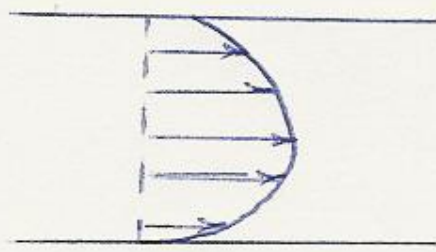
$$\Delta P \pi R^2 + \rho g \pi R^2 \Delta L \sin \varphi - \tau_w (2\pi R) \Delta L = \dot{m} (v_1 - v_2)$$

$$\Delta L \sin \varphi = \Delta z \Rightarrow \Delta P \pi R^2 + \rho g (\pi R^2) \Delta z = \tau_w (2\pi R) \Delta L \rightarrow$$

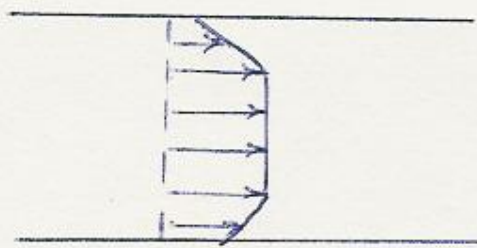
$$\text{پس از ساده سازی:} \quad \frac{\Delta P}{\rho g} + \Delta z = \frac{2\tau_w \Delta L}{\rho g R} = h_f$$

$$\left(\tau = \mu \frac{\delta u}{\delta y} \right)$$

تذکره: در جریان آشفته تغییرات سرعت جریان در سطح از جریان ثابت، جریان آرام نظریات تراز است.



(جریان آرام)



(جریان آشفته)

* با توجه به نکته گفته شده حال باید به سطح را برای شرایط مختلف جریان آرام و آشفته تعیین کرد.

* فرض می‌کنیم که سطح تابعی از متغیرهای زیر باشد:

$$h_w = F(\rho, \nu, \mu, d, \epsilon)$$

ارتفاع نوری دیواره

با استفاده از تحلیل ابعادی گروه‌های بدون بعد زیر حاصل می‌شود

$$\frac{8h_w}{\rho \nu^2} = F(Re, \epsilon/d) = f$$

* پارامتر بدون بعد f ، ضریب اصطکاک دارسی نام دارد.

$$h_f = f \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

با جانمایی f در رابطه h_f خواهیم داشت

معادله دارسی - وایسباخ

از این به بعد مهم‌ترین مسأله تعیین انت حد اصطکاک در لوله تعیین f می‌باشد

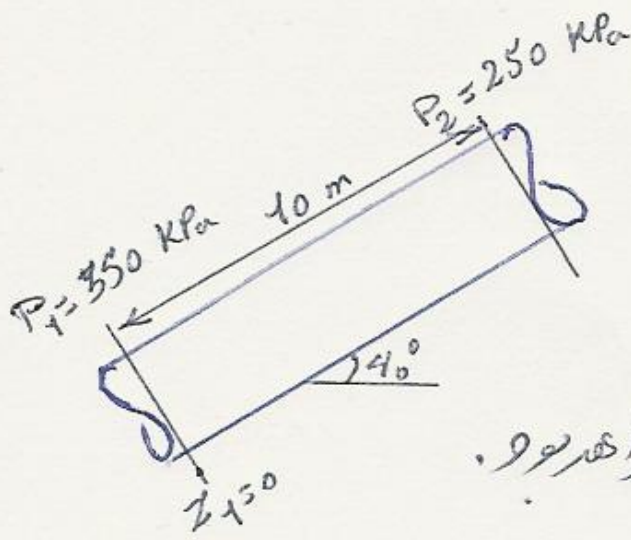
* برای جریان آرام f با استفاده از معادله جریان، به شکل زیر بدست می‌آید.

$$f_{lam} = \frac{64}{Re} \Rightarrow h_{f_{lam}} = \frac{64\mu}{\rho \nu d} \cdot \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = \frac{32\mu l v}{\rho g d^2} = \frac{128\mu L Q}{\pi \rho g d^4}$$

مثال: مطابق شکل این مثال روغنی با $\rho = 900 \frac{kg}{m^3}$ و $\nu = 0.0002 \frac{m^2}{s}$ لوله‌ای شیبدار است با

حرکت می‌کند در مقطع d که فاصله آنها از هم 10 m است فشار و ارتفاع معبر هستند از جریان آرام و دیواره

باشد



الف) ثابت کنید که جریان به سمت بالا حرکت می کند

ب) h_f را بین مقطع 1 و 2 بدست آورید؟

تعداد 2) Q (3) V (4) R (5) رینولدز را محاسبه کنید آیا جریان واقعاً آرام خواهد بود.

* ابتدا برای استفاده از معادله برابری میانه های زیر را می دهیم.

$$\mu = \rho V = (900 \text{ kg/m}^3)(0.0002) = 0.18 \text{ kg/m.s}$$

$$Z_2 = \Delta L \sin 40 = (10)(0.643) = 6.43$$

* رابطه ای که برای h_f بدست آمد به شکل زیر می باشد:

$$h_f = \Delta \left(Z + \frac{P}{\rho g} \right) = \Delta HGL = HGL_1 - HGL_2$$

* بنابراین رابطه بدست آمده، جهت درجه حرکت می کند که باعث کاهش HGL شود

$$HGL_1 = Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} = 0 + \frac{350 \times 10^3}{900(9.81)} = 39.65$$

$$HGL_2 = \frac{250 \times 10^3}{900(9.81)} + 6.43 = 34.75$$

$$HGL_2 < HGL_1$$

جهت از مقطع 1 به مقطع 2 در حال حرکت است

$$h_f = HGL_1 - HGL_2 = 39.65 - 34.75 = 4.9 \text{ m}$$

(ب)

ج) حال Q را از رابطه ای که برای انت هدا صفا می کند در جریان آرام ارائه نمودیم بدست می آوریم:

$$h_{f, \text{lam}} = \frac{128 \mu L Q}{\pi \rho g d^4} \Rightarrow Q = \frac{\pi \rho g d^4 h_f}{128 \mu L} = 0.0076 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.0076}{\pi (0.03)^2} = 2.7 \text{ m/s}$$

(د)

$$R = \frac{Vd}{\nu} = \frac{(2.7)(0.06)}{0.0002} = 810$$

(ه)

با اندازه کافی از رینولدز برای (2300) کوچکتر است و می توان مطمئن بود که جریان آرام خواهد بود.

* برای جریان آشفته f با استفاده از روش های تحلیل موجود می توانند شکل زیر محاسبه شود

$$f = 0.316 Re^{-1/6} \quad 4000 < Re < 10^5$$

* با جانمایی این رابطه در معادله دارسی - وایسباخ خواهیم داشت:

$$h_f = f \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = 0.316 \left(\frac{\mu}{\rho v d} \right)^{1/6} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = \frac{\Delta P}{\rho g}$$

$$\Rightarrow \Delta P = 0.158 L P^{3/4} \mu^{1/4} d^{-5/4} v^{7/4}$$

* با توجه به رابطه اخیر: (درجه بندی آشفته)

- افت فشار با توان 1.75 سرعت افزایش می یابد

- ΔP فقط کم با لزجت تغییر می کند

* با جانمایی رابطه $Q = \frac{1}{4} \pi d v^2$ در معادله افت فشار خواهیم داشت:

$$\Delta P = 0.241 L P^{3/4} \mu^{1/4} d^{-9.75} Q^{1.75}$$

* با توجه به رابطه اخیر برای یک دبی مشخص Q با افزایش قطر، افت فشار در جریان آشفته شدیدتر از جریان آرام

کاهش می یابد

* بنابراین برای کاهش افت فشار، ضروریست (که از دید لحاظ) سیال باریک تر (سردتر) را به افزایش قطر

است یعنی با بهر اندازه قطر برای یک دبی مشخص افت فشار، 27 برابر کاهش می یابد.

- اثر لزجی دوباره:

* اثر لزجی دوباره در معادلات اصطلاحی برای جریان آرام تاثیر بیشتری داشته و فرمول های آرام برای عبارتهای

لزجیتر صادق است.

* جریان آشفته به شدت تحت تأثیر زبری دیواره قرار دارد.

* در سطح کاملاً زبری اثر لزجت ناپدید شده بنابراین مستقل از عدد رینولدز خواهد بود در این شرایط

زا از رابطه زیر می‌توانیم نوشتیم

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -2 \log \frac{\epsilon/d}{3.7}$$

مخودار مودی :

* کلبروک (colebrook) معادلات دیواره صاف و کاملاً زبری را با هم تلفیق کرده و فرمول کلی زیر را ارائه نمود:

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon/d}{3.7} + \frac{2.5}{Re f^{1/2}} \right)$$

* این فرمول پذیرفته شده برای اصطکاک آشفته را مودی (Moody) در سال 1944، هم‌کرن و نمودار ارائه نمود.

* دقت این نمودار در محاسبات مربوط به طراحی در تمام محدوده نشان داده شده $\pm 4\%$ است.

* این نمودار را می‌توان برای جریان در لوله‌های دایره‌ای غیر دایره‌ای و جریان در کانال‌های باز به کار برد.

* همان‌طور که در نمودار مودی مشخص است در سمت آشفته ضریب زبری زیادتر گردیده تغییرات بار رینولدز کمی شود.

* سطح‌های شور خورده در نمودار مودی در حالت گذر از جریان آرام به آشفته نشان می‌دهد در این محدوده

$$2000 < Re < 40000 \text{ ضرایب اصطکاک معتبر وجود ندارد.}$$

مثال: تلفات هدرش در لوله 200 mm از فولاد چدن قرانده شده افتی با قطر 6_{in} که آب با سرعت متوسط

6 ft/s در آن جریان دارد به دست آورید.

ابتدا عدد رینولدز را می‌توانیم بنویسیم

$$Re = \frac{v d}{\nu} = \frac{6 (0.42)}{1.09 \times 10^{-5}} = 2.7 \times 10^5$$

جران جریان آشفته است، زیرا که لوله اهنست بسیار نازک است و با توجه به اینکه لوله در برابر جریان ۱۲۱۱

$$E = 0.0009 \text{ Ft} \Rightarrow \frac{E}{d} = \frac{0.0009}{8/16} = 0.0008$$

$$f = 0.02 \Rightarrow h_f = f \frac{L}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} = (0.02) \left(\frac{200}{0.5} \right) \left(\frac{6^2}{2(32.2)} \right) = 4.5 \text{ Ft}$$

$$\Rightarrow \Delta P = f g h_f = (62.4 \text{ lb/Ft}^3) (4.5 \text{ Ft}) = 280 \text{ lb/Ft}^2$$